四庫全書

子部

欽定四庫全書

測圓海鏡卷十

元 李冶 撰

三事和八問

或問甲乙同立於乾隅乙向東行不知步數而立甲向南直行多於乙步望見乙復就東北斜行與乙相會二人共行了一千六百步又云甲南行不及斜行八十步問答同前

法曰共步內減四之小差復以自之於上以十八个小差冪減於上為實四之共步內減十六个小差於上卻以十八小差加上為益從四步常法開平方得中差

草曰別得共步為三事和也不及步即小差也立天元一為中差加二之小差得（丨元 丨〇）為大小差併以加入三事和得（丨元 [illegible]）為三弦也倍三事得三千二百內去大小差併得（[illegible]元 [illegible]）為三和也內減三弦餘（[illegible]元 [illegible]）為

三个黄方以自之得[rod numerals]為九段黄方冪寄左再置天元中差加小差得[rod numerals]為大差以小差[rod numerals]乘之得[rod numerals]為半个黄方冪就一十八之得[rod numerals]為同數與左相消得[rod numerals]開平方得二百八十步即中差也

其餘各依法求之合問

或問以前三事和又云大差三百六十步問答同前

法曰倍云數以云數乘之又九之於上倍云數加三事和為前數倍云數減二之三事和為後數二數又

相減餘一百六十為泛率以自乘減上位為平實十八之云數內又加四之泛率為從四常法得中差

草曰立天元一為中差置云步倍之內減天元得[illegible][illegible]為大小差共數加於三事和得[illegible][illegible]為三弦也倍三事內減大小差共數得下式[illegible][illegible]為三和也內減三弦得[illegible][illegible]為三个黃方面也以自之得[illegible][illegible][illegible]為九段黃方冪寄左再以天元減大差得下式[illegible][illegible]為小差又倍之得[illegible][illegible]以云數乘之得下式[illegible][illegible]又就分

九之得下式與左相消得下式開平方得二百八十步即中差也合問

或問依前見三事和又云中差二百八十步問答同前

法曰和步加差步以自乘於上又和步內減差步以自乘加上位為平實四之和步為從二步益隅得大弦

草曰立天元一為大弦減共步得為和副置之上位減差步得為二勾以自之得為四

段勾冪也下位加差步得元[illegible]為二股以自之得丨[illegible]為四段股冪也二位相併得[illegible]為四段弦冪寄左然後以天元自之又四之得[illegible]元為同數與左相消得[illegible]開平方得六百八十步即大弦也倍之以減於三事和餘即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差大差併四百四十步問

答同前

法曰併前後二數三而一為弦反以減共步得數又

以減弦得城徑

草曰二數相併得|⊥|||〇三而一得⊥||〇即弦也以弦減三事和得𝍭||〇即和也弦和又相減餘二百四十步即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差中差大差共七百二十問答同前

法曰半云數自之又三之於上以三事減上位為平實（按以三事減上位有誤此係偶合三事之數耳當云加半段三事冪又倍三事和加大差復以大差）

乘之減上位為平實倍三事於上半云數而五之加上位為益

從二常法得小差

草曰別得三差共為二大差也立天元一為小差併

大差加入三事和得元卽為三弦也以自之得丨[算籌]

[算籌]為十八積九較冪寄起又以共三事步自之得[算籌]方

於上又以天元小差乘大差倍之得[算籌]元加於上得[算籌]元

[算籌]卽為十二積四較冪又加五按卽三因二歸得[算籌]元[算籌]為十八

個直積六個較冪以減寄起餘得丨[算籌][算籌]為三個較

冪寄左然後以天元小差減大差得[算式]為中差以自之得[算式]又三之得下式[算式]為同數與寄左相消得[算式]平方而一得八十步即小差也餘各依數求之合問

或問依前見三事和又云明黄方東黄方共六十六問

答同前

法曰二事内加二之共步復以二之共步乘之於上位三事内減二之共步復以二之共步乘之得數減

上位為平實三事內加二之共步又倍之於上又三

按三當作六 之共步加上位為泛寄三事內減二之共步

又四之於上又三 按三亦當作六 之共步減上位得數以減

泛寄為從作十八段虛平方開之得虛黃方

草曰別得共步即虛大小差也立天元一為虛黃方

以三之加入倍之共步得 [illegible] 為圓徑也以圓徑加

三事得 [illegible] 為二通和以圓徑減三事得 [illegible] 為二

通弦又副置圓徑上加天元得 [illegible] 為二虛和下減

天元得[illegible]為二虛弦乃置二大和以二小弦乘之

得下[illegible]寄左然後置二大弦以二小和乘之得下

式[illegible]與左相消得[illegible]平方開之得三十六

步即虛黃方也其餘各依法求之合問

或問依前見三事和又云皇極弦二百八十九步問答

同前

法曰二數相乘為實從空一益隅得大弦

草曰立天元一為通弦內減皇弦餘[illegible]為皇極勾

股和以自之得丨[illegible]於上以皇極弦冪減上位得

丨[illegible]為二直積合於皇極除之不除寄為母便以此

為城徑寄左乃以二之天元弦減共步得[illegible]為黃方

面以皇弦通之得[illegible]與左相消得丨[illegible]開平方

得六百八十步即大弦也合問

或問依前見三事和又云見太虛弦一百二步問答同

前

法曰半虛弦乘三事為實三事為從四虛隅翻開之

得半大弦

草曰識别得以虚弦減大弦半之為皇極弦以虚弦加大弦半之為皇極勾股共也立天元一為半大弦以二之内減虚弦得 𝍠元 𝍣𝍡 折半得 元 𝍣𝍡 為皇極弦也又以虚弦加大弦而半之得 元 𝍢𝍡 為皇極和也和自之得 丨 𝍣𝍡元 𝍡𝍣 於上又以弦自之得 丨 𝍣𝍡 𝍡𝍣 減上位餘得下 𝍡𝍣元 為二直積合以皇極弦除之不除寄為分母便以此為城徑寄左然後以四之天元減三事共餘 𝍣元

[‖〇〇]又以皇極弦分母通之得[卌][‖〇‖‖‖][‖‖〇]為同數與左相

消得[卌][‖〇〇元][‖‖〇〇]倒積開得三百四十步倍之即大弦也

合問

測圓海鏡卷十

欽定四庫全書

測圓海鏡卷十一

元 李冶 撰

雜糅一十八問

或問城南有槐樹一株城東有柳樹一株甲出北門東行丙出西門南行甲丙槐柳悉與城參相直既而丙就柳行五百四十四步至柳樹下甲就槐行四百二十五步至槐樹下問答同前

法曰甲就步自之於上以二行相減數自之減上位為實二之二行相減數併入二之甲就步為從一步常法得平弦

草曰别得丙就步為邊弦也甲就步為底弦也邊弦即皇弦高弦共也底弦即皇弦平弦共也二行相併即大弦皇弦共也二行相減即皇極勾股較也倍皇弦以減於大弦餘即虛弦也倍皇弦內減邊弦餘即東弦也倍皇弦內減底弦餘即明弦也皇極弦加一

差（按一差即皇極勾股較）則大差弦也內減一差則小差弦也

立天元一為平弦加一皇極勾股差得[籌式]元即高弦

也高弦自之得[籌式]元內加天元冪得[籌式]為皇

弦冪（寄左）然後以天元減底弦得下式[籌式]太自之得[籌式]

[籌式]為同數與左相消得[籌式]元開平方得一百三

十六步即平弦也餘各依法求之合問

或問出南門東行有槐樹一株甲出北門東行斜望槐

樹與城相直就槐樹行二百七十二步出東門南行

有柳樹一株丙出西門南行斜望柳樹與城相直就

柳樹行五百一十步問荅同前

法曰云數相併而半之以自乘於上半丙斜行以為

冪半甲斜行以為冪併二冪減上位為實併云數為

益從一步平隅得虛弦

草曰別得丙斜行為黄廣弦也亦為兩个高弦也此

勾則城徑也甲斜行即黄長弦也亦為兩个平弦也

此股則城徑也二數相併得𠀋即大弦虛弦共也二

數相減餘即兩个皇極差也二數相併而半之得即皇極和也立天元一為虛弦以減于皇極和得即皇極弦也以自之得為皇弦羃寄左然後以高弦自之得以平弦自之得二自乘數相併得與左相消得開平方得一百二即虛弦也合問

或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅南行一百五十步望見甲復斜行五百一十步與甲相會問

答同前

法曰斜行自之於上倍南行減斜餘自之以減上為實倍南行減斜又四之為從八步常法平方得半徑

草曰别得南行即小差股斜行即黄廣弦也小差股内減半徑餘即半个黄廣積上股弦差也全徑即其勾也立天元一為半城徑減于乙南行倍之得𝍠元𝍢〇即一个黄廣即上股弦差也以減于斜行步餘𝍠元𝍡〇即股也自之得𝍢𝍣元𝍣〇為股冪也又倍天元以自之

得[illegible][illegible]為大勾冪加入大股冪得[illegible][illegible][illegible]寄左然後以

斜行冪[illegible]與寄左相消得下式[illegible][illegible][illegible]開平方得一

百二十步即半徑也合問

或問乙從艮隅東行不知遠近而止甲從坤隅東行一

百九十二步望見乙復斜行二百七十二步與乙相

會問荅同前

法曰倍東行減斜行得數自為冪以減于斜行冪為

平實倍東行減斜行又四之為從八益隅翻法開平

方得半徑

草曰別得甲東行即大差勾也斜行則黃長弦也大差勾內減半徑餘即半个黃長積上勾弦差也全徑即其股也立天元一為半徑減於東行倍之得[illegible]即一个黃長積上勾弦差也以減于斜行步得[illegible]即黃長勾也以自之得[illegible]為勾冪于上倍天元以自之得[illegible]加上位得下式[illegible]為弦冪左寄然後以斜行冪[illegible]為同數與左相消得[illegible]平開得

一百二十步即半城徑也合問

或問甲從坤東行一百九十二步丙從艮南行一百五十步望見之問答同前

法曰二行相乘倍之為平實如法得圓徑

草曰別得甲行即大差勾丙行即小差股此二數相乘恰與大小差相乘正同如法相乘訖倍之得𝍤𝍶𝍥〇〇為圓徑冪寄左然後立天元為圓徑以自之與左相消得

丨
〇元
𝍤𝍶𝍥〇〇

開平方得二百四十步即城徑也合問

又法以二行相減數減于二行相併數餘者半之于上
復以二行相減數加于上即城徑
草曰別得甲東行減于徑為虛勾也丙南行減于徑
為虛股也二行共為一徑一虛弦共也二行相減即
虛和也以相併數相減數又相減即兩个虛弦也如
法求得虛和〡三〢虛弦〡〇〢相併得〢三〇即城徑也合問
按又法未合蓋以二行相減為虛較而草中誤以
為虛和也其義甚淺非難知者是殆偶爾之遺忘

然亦可以決其為當日未定之稿矣

或問出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四步望塔正當城徑之半問荅同前

法曰二行相乘為平實一步常法得半徑

草曰別得二百二十五步為高股此乃半徑為勾之股也其六十四步為平勾此乃半徑為股之勾也二數相併即太極弦也二數相減即中差內去皇極差也又別得二行相乘恰是半徑冪一段此與半梯頭

相乘其意正同令且以弦上容圓取之立天元一為半徑副之上加南行得元[算籌]為股也下加東行步得元[算籌]為勾也勾股相乘得[算籌]元[算籌]為大直積以天元半徑除之得元[算籌][算籌]為勾股和寄左然後併勾股得元[算籌][算籌]與左相消得[算籌][算籌]開平方得一百二十步即半徑也合問

或問丙從乾隅南行丁從艮隅亦南行甲從乾隅東行乙從坤隅亦東行各不知步數四人悉與城相直只

云丙行内減丁行餘四百五十步甲行内減乙行餘一百二十八步問答同前

法曰二行相乘為實一步常法得城徑

草曰别得丙行即大股丁行即小差之股也甲行即大勾乙行即大差之勾也其𝍢𝍮〇即黄廣股其𝍠𝍣即黄長之勾也立天元一為城徑先置黄廣股𝍢𝍮〇為股方差以𝍠𝍣為勾方差以乘之得𝍤𝍮𝍥〇〇為城徑冪寄左然後以天元冪與左相消得下式𝍠 〇元 𝍤𝍮𝍥〇〇 開平方得二百四

步合問

或問出南門東行有槐樹一株出東門南行有柳樹一株丙丁二人同立于坤隅甲乙二人同立于艮隅丁直東行至槐而止乙直南行至柳而止丙直南行甲直東行四人遥相望見只云丙行多于丁行一百六十八步乙行多于甲行七十步問答同前

法曰云數相乘為實二數相減又半之為法得城徑

草曰別得卌即大差勾股較也其𠃉即小差上勾股

較也二數相併為大差弦內減小差弦也二數相較又半之皇極弦與城徑差也二數相併而半之即皇極差也立天元一為圓徑二云相減數又半之加天元得元[算籌式]為極弦也併二數而半之得[算籌式]為極差也副置極弦上位加極差得元[算籌式]為弦較和也下位內減極差得元[算籌式]為弦較較也上下相乘得[算籌式]為二直積寄左然後以天元一乘極弦得下式[算籌式]元為同數與左相消得[算籌式]上法下實而一得二百四十步

即城徑也合問

或問甲從坤東行丙從艮南行適相見斜行一百二步甲丙相會丙云我南行不及汝四十二步問答同前

法曰二數相併以斜行乘於上二數相併而半之以乘相併數減上位為平實不及步為從一步常法得虛勾

草曰别得一百二步即虛弦四十二步即虛較也又斜行得虛股為乙東行此便為大差勾也斜行步得

虛勾為丙東行此便是小差股也立天元一為虛勾加斜行步得元[illegible]為小差股也以不及步加于小差股得下式元[illegible]為大差勾也勾股相乘得[illegible]元[illegible]為半段黃方冪寄左然後再置虛勾加不及步得元[illegible]為虛股又加入天元得元[illegible]為虛和又加入虛弦得元[illegible]為圓徑以自之得[illegible]又半之得[illegible]與寄左相消得[illegible]元[illegible]平方開得四十八步即虛勾也合問

或問甲從城心東行丙從城心南行庚從巽隅西行壬從巽隅北行四人遥相望見各不知步數只云甲丙共行了三百九十一庚壬共行了一百三十八問答同前

法曰云數相乘為實相併為法得虚弦

草曰別得甲丙共為皇極和也又為極弦極黄共庚壬共為太虚和也又為虚弦虚黄共立天元一為皇極黄方面（亦為虚弦也）減于甲丙共得（𝍠元 𝍢𝍱𝍠）即極弦也又

以天元減于庚壬共得元[算籌]即太虛黃方面也以太虛黃方面乘極弦得丨[算籌][算籌]寄左然後以天元冪與左相消得[算籌][算籌]上法下實如法得一百二步即皇極黃方面也合問按此亦係相消後得一邊之二數者

或問甲從乾隅東行不知步數而止丙向南行亦不知步數望見甲就甲斜行七百八十步與甲相會甲云我行地雖少于汝以我東行步為法除汝南行步則汝止得二步四分問答同前

法曰斜步自之為平實除步自之又加一步為隅得甲東行

草曰此問所求城徑與諸問並同其勾股則與前後諸率不同今特為此草者欲使後學有以考較諸率當否也立天元一為甲東行即大勾以乘二步四分得[算式]為長以自之得[算式]為股冪又併入天元冪得[算式]為弦冪寄左乃以斜行自之得[算式]為同數與左相消得[算式]開平方得三百即甲東行也以二步四分

乘之得七百二十步即丙南行也倍丙東行以甲東行乘之得四十三萬二千為實以三事和一千八百為法除之得二百四十步即城徑也合問

或問小差黄方面少于大差黄方面八十四步太虚黄方面少于皇極黄方面六十六步問答同前

法半八十四為中差以中差減六十六為二小差半之為小差又中小差相併為大差乃以小差乘大差為平實半步常法得虚黄

草曰別得八十四為兩个虛積中差其六十六為虛積大小差併半八十四得[illegible]為虛中差也以中差減六十六餘二十四半之得[illegible]即虛小差也以小差反減六十六餘[illegible]即虛大差也又別得小差黃方為兩虛股大差黃方為兩明勾也立天元一為虛黃方置三位上加小差得[illegible]為虛勾也中加大差得下[illegible]為虛股也下加大小差併得[illegible]為虛弦也三位併之得[illegible]即城徑也倍虛勾減城徑得[illegible]為大

差黃方面也又倍虛股減城徑得[算籌]為小差黃方面也半小差黃方面得[算籌]以乘大差黃方得[算籌]為一个虛直積寄左乃以虛勾虛股相乘得[算籌]為同數與左相消得[算籌]平方開得三十六步即虛黃方面也其餘依法求之合問據此問既別得大小差正數自可以求得黃方面也諸如此數實不須草令特為細草者庶使後學知其來歷

或問大差弦較較減皇極弦餘四十九步小差弦較和

減太虛弦餘一百三十八步又皇極差一百一十九

步問答同前

法曰併前二數為冪內減極差冪為平實從空二益

隅得虛弦

草曰別得大差弦較較與小差弦較和皆同為圓徑

也又二數相併得|=||為明弦重弦共又為極和內少

兩个虛弦也其一百三十八即虛和也||||≡則旁差也

立天元一為虛弦加入一百三十八得|元 |≡|||為圓徑

也又加入得為極弦以自之得又倍之得內卻減極差冪得下式為和冪寄左乃倍天元加併數得為極和以自增乘得為同數與左相消得開平方得一百二步即虛弦也加入一百三十八得二百四十步為圓徑合問前二數相併加虛弦便是極弦

或問小差不及平弦五十六步高弦不及大差一百五步問答同前

法曰以前數自之為實二數相減為法得平勾

草曰別得云數相併得〡〦〡為平勾不及高股也此數得極差則通差也此數內減虛差則極差也云數相減餘〤〨即城徑不及極弦也以前數減于半徑餘即平勾以後數加于半徑即高股也倍前數加小差則為股圓差之勾也此與前數加平弦同倍後數減于大差則為勾圓差之股也此與後數減于高弦同立天元一為平勾加相併數得元〡
〡〦〡即高股也又加天

元得元即極弦也內減二云數差得元為城徑也半之得元以自之得元為半徑冪寄左然後以天元乘高股得元為同數與左相消得上法下實得六十四步即平勾也合問

又法云數相得為實相減為法得半徑

草曰立天元為半徑副之上內減五十六得元為平勾下加一百五得元為高股上下相乘得為半徑冪寄左以天元冪與左相消得下式上

法下實得一百二十步即半徑也合問

或問通勾通弦共一千步大差小差共得四百四十步

問答同前

法曰以二差共減于一千又半之以自乘為平實以

二差共減于一千又半之加入二之前數為縱前數謂一千也按此語有誤應加入二之後數後數謂大小差共也二步二分五釐益隅

得勾圓差

草曰立天元一為小差數加入後數得元[illegible]却以減

于前數得折半得為一个圓徑也以自之得下式寄左然後以天元減後數得為大差以天元乘之又倍之得與左相消得開平方得八十步即勾圓差也

或問皇極三事和六百八十步太虛弦和較三十六問

答同前

法曰二數相得為實半之後數為益從五分常法平開得城徑

草曰別得皇極三事和即大弦也立天元一為城徑減三个後數[illegible]而半之得[illegible]為太虛大小差併也卻加入兩个後數[illegible]得下[illegible]為虛和也又以虛和減天元得下[illegible]為虛弦也置通弦（即皇極三事和也）內加天元得下式[illegible]即通和也乃置通和以虛弦乘之得下式[illegible]（寄左）再置虛和以通弦乘之得下[illegible]為同數與左相消得[illegible]開平方得二百四十步即城徑也合問

或問出南門行一百三十五步有樹出北門行一十五步折而東行二百八步望見問荅同前

法曰以東行步乘南行步得數又自乘為實以東行步自乘乘南行步又倍之為從東行步自乘于上併南北二行步以減于東行步餘數自之為羃以減上再寄位又併南北二行步以東行步乘而倍之內減再寄為第一益廉四之東行步于上又併南北二行步減于東行步又四之減上位為第二益廉四步虛

隅開三乘方得半徑

草曰立天元一為半徑（即高勾也）置南行步加天元得 [illegible] 為高弦也置大勾 [illegible] 以高弦乘之得 [illegible] 復以高勾除之得下式 [illegible] 為大弦也令之自乘得 [illegible]（寄左）又置二之天元加南北行併得 [illegible] 為大股復用大勾二百八減之得 [illegible] 為較也以自乘得 [illegible] 為較冪以減寄左得 [illegible] 為二直積（寄左）再置大股 [illegible] 以大勾 [illegible] 乘之得 [illegible] 為直積又倍之得

[illegible]為同數與左相消得[illegible]翻法開三乘

方得一百二十步即城徑之半也合問

或問出北門一十五步折而東行二百八步有樹出西

門八步折而南行四百九十五步見之問答同前

法曰先置南行步内減一東二西併步餘二百七十

一為前泛率次併一南二北内減東行步餘三百一

十七為中泛率次併東西步以南行步乘之于上位

又以西行乘南北併得數減上位餘一十萬二千八

百四十為後泛率乃以後泛率自乘得一百五億七千六百六萬五千六百為三乘方實以前中二泛相減餘四十六以乘後法數為從前中二泛相乘得八萬五千九百七加入二之後泛數共得二十九萬一千五百八十七于上位又併東西行以乘南北併得二十二萬三百二十加上位通得五十一萬一千九百七為第一廉二之前泛數加入四之東西併得一千四百五十二于上位又以前中二泛相減于四十

六減上位餘一千四百六為第二廉一步常法得半徑按此法乃取於又法草中其求第二廉云二之前泛數句誤當云二之四數併若二之前泛數加入四之東西併便得第二廉一千四百零六更不待再減然原文之意不如是也

草曰立天元一為半城徑加入東行西行併得[算式]為大勾也又置天元加入南行北行併得[算式]為大股也置西行八步以大股乘之得下式[算式]合以大勾除之不除寄為母便以此為股共也置南行四百九十五步減天元得[算式]用分母大勾乘之乘訖得

下式[illegible]內減了股共餘[illegible]為小股也內帶大勾分母置小股合以大勾乘了復以大股除之為小勾今為小股內已有大勾為母更不須乘只以小股[illegible]便為小勾也內帶大股為母小勾小股相乘得數為一个小勾股相乘直積內帶大勾股相乘直積為分母也乃以半城徑即天元也除之為一个弦較和也[illegible]此法本取勾外容圓合以弦較和除二積為勾外所容之圓今用天元半徑除一个積則却得一个弦

較和也內依舊帶大積分母也寄左然後再置小股[illegible]合用大積乘之緣內已帶大勾分母今只用大股[illegible]乘之得[illegible]為大積所乘小股于上再置小勾合用大積乘之緣內已帶大股分母合只用大勾[illegible]乘之得[illegible]為大積所乘之小勾也以此小勾減上小股得[illegible]即帶分小較也又二因小較得下式[illegible]為帶分二較也又以大勾股直積[illegible]乘二之天元半徑得[illegible]為一个帶

分弦較較也弦較較乘弦較和為二直積既以圓徑除二百積為弦較和則是圓徑為弦較較也今又為半天元圓徑除一積為弦較和故倍天元半徑作一个弦較較也遂將此弦較較加入前二較得
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
亦為一个弦較和也與寄左相消得下式
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
開三乘方得一百二十步即城半徑也合問

又法此問係是洞淵測圓門第一十三前答亦依洞淵細草用勾外容圓術以入于弦較和然其數煩碎宛轉費力今别草一法其廉從與前不殊而中間段絡

逕捷明白方之前術極為省易學者當自知也　立天元一為半徑副之上併加東西行得[illegible]為通勾率下併加南北行得[illegible]為通股率乃置西行八步以通股乘之得下[illegible]合通勾除不除寄為母便以此為南小股也又置南行四百九十五步內減天元得[illegible]用通勾乘之得[illegible]內減了南小股下式[illegible]為股圓差也內帶通勾分母又置北行一十五步以通勾乘之得[illegible]合通股除不除寄為母便

以此為北小勾也又置東行二百八步內減天元得

太 用通股乘之得 內減了北小勾餘

為勾圓差也內帶通股分母乃以二差相乘得下式

元 為半段圓徑冪也內帶通積為母寄左然後以

通勾通股相乘得 元 以天元冪乘之得

元 又倍之得下式 元 為同數與左相消得廉

從一與前同合問

按洞淵疑為古之精於算者序中謂老大以來得

洞淵九容之說而於此問又明其為洞淵測圓門第十三題前答亦依其細草大抵是書之作皆師其意而演之者也今洞淵之為人與書雖不可考而即此一草觀之其取徑遥深而惟變所適亦可見文豹之一班矣至謂其數煩碎宛轉費力特為初學難易而言讀者宜善會也

測圓海鏡卷十一

測圓海鏡卷十二

元　李治　撰

之分一十四問

或問甲乙二人俱在西北隅乙向直東行不知步數而止甲向直南行望見乙復向乙斜行甲告乙云我直行斜行共一千二百八十步汝東行步居我南行步十五分之八

法曰十六之共步冪為實二百五十七之共步為益從一十六步常法得勾圓差

草曰別得共步即股弦共也立天元一為小差以乘共步得[籌算式]為勾冪就分以二百二十五通之得[籌算式]為二百二十五段勾冪寄左然後再置共步內減小差得[籌算式]為二股就分四之得[籌算式]為一十五勾以自之得[籌算式]為同數與左相消得[籌算式]平方開之得八十步即小差也既得小差加共步而半之得六

百八十步即弦也若以減共步而半之得六百步即股也以股羃減弦羃餘一十萬二千四百步開平方得三百二十步即勾也勾股相乘倍之得三十八萬四千步為實以弦和和一千六百步為法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在西北隅乙直南行不知步數而立甲直東行望見乙復向乙斜行與乙相會甲云我共行了一千步又云我東行步居汝南行步十五分之

八

法曰二百二十五段共步冪為實七百六之共步為益從二百二十五步常法得股圓差

草曰別得共步即勾弦共也立天元一為大差以乘共步得[illegible]又就分以二百五十六通之得[illegible]為二百五十六個股冪寄左然後再置共步內減天元大差得[illegible]為二勾就分以一十五之得[illegible]為十六個股也以自之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]開

平方得三百六十即大差也副置共步上位減大差而半之得三百二十步即勾也下位加大差而半之得六百八十步即弦也餘數各依法求之合問

或問甲乙俱在城西北隅甲南行不知步數而立乙東行亦不知步數望見甲就甲斜行與之相會乙云我東步少于城周九分之五甲云我南行却多于汝東行二百八十步問答同前

法曰別得周居九分徑居三分乙東行居四分按此法未

詳當加倍較步為實徑分數自之內減二分數為法得數三之即城徑二十四步

草曰立天元一為一分之數以三之得𝍢元為徑以四之得𝍣元為勾以徑減勾餘元為小差只天元便是小差再置小差加入甲多步得元𝍣〇為大差倍大差以天元乘之得‖𝍣元為一段圓徑冪寄左再置城徑以自之得下式𝍨元為同數與左相消得𝍠𝍣〇上法下實得八十步即一分之數也以三之得二百四十步即城徑也

合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見甲既而乙云我所行居城徑六分之五甲云然則我所行却多于汝二百八十步問答同前

法曰四之却多步為實分自之于上半分母減子得數倍之又以減數乘之減上位為法得一分之數

草曰別得却多步即勾股差也乃立天元一為一分數以六之為城徑以五之為乙行置乙行內減半城徑得〢元為小差也又加入却多步得〢元〢〇又二之得

〔𝍢𝍩元𝍣𝍠〇〕為二大差又以小差乘之得〔𝍤𝍢𝍡〇元〕為徑冪寄左然後以徑冪〔𝍢𝍠元〇元〕與左相消得下〔𝍢𝍣𝍡〇〕上法下實得四十步即一分之數也六之則為城徑五之則為乙行又以却多步加乙行即甲行步也合問

或問甲丙二人俱在西北隅甲向東行不知步數而立丙向南行望見甲與之相會丙語甲云我行既多于汝又城徑少于我四十分之十六按四十為股分十六為徑當云徑少於我為四十分之十六原文脱甲云然則吾二人共為字似十六為股圓差分矣

弦冪于上以中差冪一萬四千一百六十一減上位餘[illegible]與左相消得[illegible]平方開之得一十七步即一分之數也副置一分之數上位以八之得一百三十六即乙東行也下位以十五之得二百五十五即甲東行也二位相乘得三萬四千六百八十又倍之得六萬九千三百六十為實以弦二百八十九為法如法得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行乙出北門東行各不知遠近兩相

望見復相斜行各行了三百四十步相會甲云城徑居我南行二分之一乙云我東行居城徑六分之五問答同前

法曰以二之斜行步自之為實以各行分數自之為冪按此語未詳當云以城徑六分乘甲南行二分得十二分加半城徑三分得十五分為大股分乙東行五分加半城徑三分得八分為大勾分各自之為冪又相併為隅法開平方得一分之數

草曰别得倍斜行為大弦又别得乙行五分城徑六

分甲行十二分乃立天元一為一分之數以六之得

為城徑以五之得為乙行分以十二之得為

甲行分乃副置半城徑上位加甲行步得以自之

得為甲行冪下位加乙行步得以自之得

為乙行冪二冪又相併得為大弦冪寄左然後

置大弦六百八十步以自之得與左相消得

平方開之得四十步即一分之數也以六之得二

百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行見之乙斜行與甲相會甲乙二人共行了一千三百六十步其甲南行居斜十七分之十二其乙東行居斜十七分之五問答同前

法曰别得共步即二弦也半共步得六百八十步副置上位以五之得三千四百以十七而一得二百步即乙東行也下位以十二之得八萬一千六百以十七而一得四百八十即甲南行也二行相減餘二百

八十即勾股差也其餘各依法求之合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見之既而乙謂甲云我取汝六分之五得六百步甲謂乙云我取汝五分之三亦得六百步問答同前

法曰求得各行步按見後草相併以自之于上併甲南行冪乙東行冪以減上為實併各行為從半步常法得全徑

草曰置乙取甲六分之五六百步甲取乙五分之三六百步以上六分五分各

自直乘步數訖得人（六分之五三千六百步 五分之三三千步）別得左行三千六百步為六乙行五甲行也右行三千步為五甲行三乙行也以方程法入之乃再置（五甲行六乙行三千六百步 五甲行三乙行三千步）先以左行直減右行右上空中餘三乙行下餘六百步上法下實得二百步即乙行也却以令右行減于元左行上餘五甲行空中下餘二千四百步上法下實得四百八十步即甲行也既得此數乃立天元一為城徑以半之副

置二位上以加甲行得[illegible][illegible]為通股以自之得[illegible][illegible]
[illegible]為大股冪下位加乙行得[illegible][illegible]為通勾以自之得
[illegible][illegible][illegible]為大勾冪二冪相併得[illegible][illegible][illegible]為大弦冪寄左
乃併甲行乙行以自乘得下式[illegible]亦為大弦冪與左
相消得下[illegible][illegible][illegible]開平方得二百四十步即城徑也
合問
或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅東行望
見之既而乙謂甲云我所行取汝所行三分之一得

二百步甲謂乙云我所行內減汝所行四分之三得三百步問答同前

法曰如法求得各行按見後草以相乘又二之開平方得全徑

草曰置乙取甲三分之一二百步甲減乙四分之三三百步以上三分四分置乘步數訖得三分之一六百步四分之三一千二百步別得右行六百步為三乙行一甲行也左行一千二百步為四甲行內少三之乙行步也以方程法入之乃再置

一甲行　三乙行　六百步
四甲行　三乙行負　一千二百步

先以左行直加右行右上得五甲行中空下一千八百步上法下實得三百六十步即甲行也次以一甲行減元右行六百步餘二百四十步以中三除之得八十步即乙行步也甲行乙行二數相乘得數又倍之開平方即城徑也

合問

或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分之一又云其大小差相減餘二百八十步問答同前

法曰二之中差為實置股子以勾母乘之內減股母為法得小差

草曰别得勾圓差即小差股圓差即大差云步即中差乃立天元一為小差以四之得𝍣元為勾勾上加中差得𝍣元𝍡〇為股又三之得𝍣元𝍤〇為五个大差也內減五个天元得𝍡元𝍤〇為五个中差也寄左乃以五之相減步𝍡〇〇與左相消得𝍡元𝍤〇上法下實得八十步即小差也合問

或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分之一又云勾母每分少于股母每分四十步問答同前

法曰二之少步實以股子母相減數減勾子母相減數為法如法得小差

草曰立天元一為勾圓差便為勾母每分數以天元加四十步得 |元 ||||〇 為股母每分數于上乃以股子減股母餘二分以乘上位得 ‖ ⊥〇元 為城徑寄左再置天元在地以勾子減勾母餘三分以乘之得 ||| 〇元 為同數

與左相消得下丨𝍧〇上法下實得八十步即勾圓差也合問

或問甲出南門直行乙出東門直行望見甲斜行與甲相會甲云我行不及股圓差二十四分之十五乙云我行不及勾圓差五分之四又云甲行多于乙行一百一十九股圓差多于勾圓差二百八十問答同前

法曰以大差母分二十四以乘甲多一百一十九得數倍小差母五得一十以乘之于上以小差母五乘

行了九百二十步問答同前

法曰倍子以減倍母又乘共行步為實倍子減倍母以乘子母併數于上又以子冪加上位為法如法得一十五步即一分之數也

草曰別得共行步即通和也又別得四十分之十六或作二十分之八或作十分之四亦得但所得分數不同耳乃立天元一為一分之數以十六之為城徑以四十之為丙行丙行減和步得卌元卌和為通勾勾內

減徑餘得[illegible]為小差于上以分母分子相減餘[illegible]又倍之得[illegible]為兩个大差以乘上位得[illegible]為圓徑冪寄左然後以分子十六分自之得下[illegible]與左相消得[illegible]上法下實得一十五步即一分之數也以十六之得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙俱立于城中心乙出東門直行不知步數而立甲出南門直行亦不知步數望見乙向乙斜行與之相會乙云我居汝南行十五分之八又云斜行步

内若減甲直行餘三十四步若減乙直行餘一百五十三步問答同前

法曰以云數二減步為小差大差以相乘倍之開平方加入大小差併以自之於上又以大小差相較數以自之減上位為實甲行分乙行分相乘又倍之為隅法得一分之數

草曰别得云步相併得一百八十七是于皇極弦内少一个皇極黄方面也又别得三十四步是个小勾

圓差其一百五十三步是一个小股圓差此二差又相減餘一百一十九即中差也乃立天元一為一分之數以八之得𝍧元為乙東行數以十五之得〡𝍤元為甲南行數以二數相乘又倍之得〢𝍣〇〇元為二直積于上寄左然後以云步三十四乘一百五十三得五千二百二又倍之得一萬四百四為平方實開之得一百二步即小黃方也加入相併數一百八十七得二百八十九為小弦也以自之得八萬三千五百二十一為

二之二差相較數又九之減上位為實倍小差母得一十卻以小差乘之又九之于上倍甲分母以小差母乘之得數減上位以為法得小差一分之數

草曰立天元一為小差一分之數此一分之數便是乙直行之數也以五之得𝍤元為小差加二百八十得下𝍤元𝍡𝍰〇為大差又倍之得𝍠元𝍤𝍮〇以小差乘之得下式𝍤𝍮〇𝍠〇元為一个圓徑冪又九之得𝍤〇𝍣〇𝍨〇元寄左乃又置乙行步加一百一十九𝍠元𝍠𝍩𝍨即甲行步也以二十四之得𝍡𝍣元𝍡𝍰𝍤𝍮為九个大

差也倍小差毋得[illegible]以乘之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]上法下實得一十六步即小差一分之數也既得此數餘各如法求之合問

或問大勾大股大弦三事和一千六百步以明勾除大股得八步三分之一以重股除大勾得一十步三分之二以虛勾明勾相減餘二十四步以虛股重股相減餘六十步問答同前

法曰六十步加入大三事和又三之二而一為實併

二云數分母分子內減六步為法如法得直股

草曰別得六十步與二十四步二數相併而半之得[illegible]即明勾直股差也又為虛勾虛股差也若以二數直相減即虛黃方也其二十四步得二虛勾即半徑也其六十步得二直股亦為半徑也立天元一為直股加差步得[illegible]元為明勾也以乘八步三分之一得[illegible]元[illegible]為大股也以天元乘一十步三分之二得[illegible]元為大勾也勾股相併得下[illegible]元[illegible]為大和也寄左然後四之

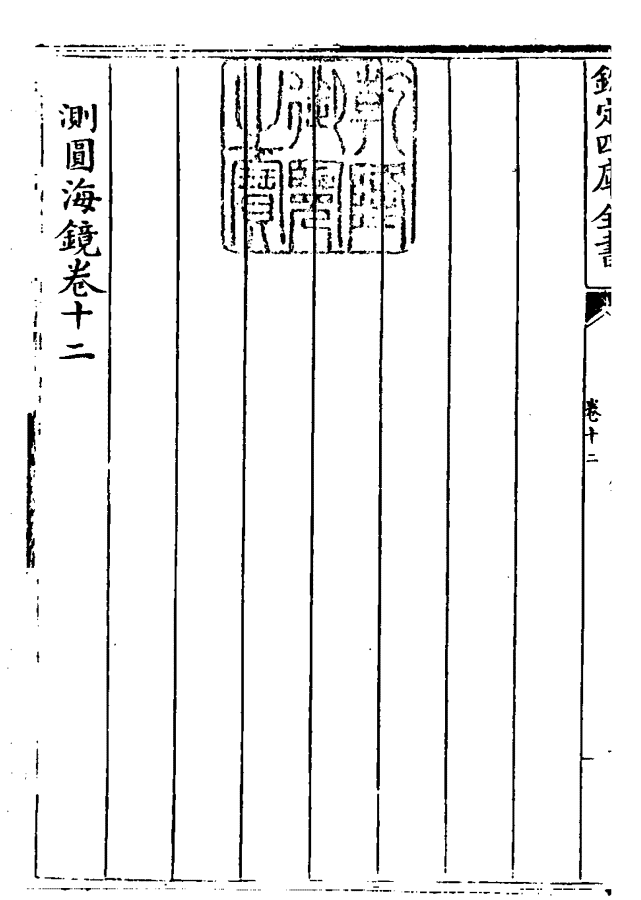
天元加入二之六十步得𠃏元𠃍卯為小三事和以小三事和加入大三事和得𠃏元𠃍卯為二个大和也合折半為大和了又就三分之為前數令不折半三因但身外加五得𠃏元𠃍卯為同數與左相消得𠃏元𠃍卯上法下實得三十步即東股也四之東股加入二之六十步得二百四十步即城徑也合問

按之分即通分也張邱建謂學者不患乘除之為難而患通分之為難又謂夏侯陽之方倉孫子之

蕩杯皆未盡其妙於是作為算經三卷以發其義
是書末設十四問皆以立天元一之法御之尤為
簡妙殆所以明立天元一之法其用無不周也又
按問中兩言以方程入之張邱建算經内數問亦
然蓋有通分而乘除不窮有方程而通分益便此
又因通分及之非立天元一本法也秦九韶謂時
人誤以大衍法為方程者蓋此類也
按右書十二卷皆為立天元一法而作也其法神

明變化不可端倪令略舉數端言之如諸法中有求之不可得者此法求之可得若此法求之不可得者則必不可求矣又諸法中有難求者雖强探力索毫釐未至則不可得此法但知大意不待深思加以步算即可得矣又諸法中有所求或先得彼而後得此者不能移易此法任其所求或先得此或先得彼無不如志又諸法有數始可求一數不具則不可求此法數不具亦可求且有無數即

可求者又諸法過甚繁甚密者須次第步算或累日累月其功不能再省此法有經年步算可約之頃刻而得者凡此皆尋常智慮所不能及要皆自然之理數易知易從然自不習者觀之蓋有茫然莫解其故者矣是書之作殆深憂傳習者難其人而其法遂泯於後世也其謄寫魯魚算式舛訛令悉正之



測圓海鏡卷十二

後序

敬齋先生病且革語其子克修曰吾平生著述死後可盡燔去獨測圓海鏡一書雖九九小數吾嘗精思致力焉後世必有知者庶可布廣垂永乎先生于六藝百家靡不貫串文集近數百卷常謙謙不自伐惟于此書不忘稱異于易簀之間想有玄妙内得于心者予以先生與先人同牓之故素常兄事克修克修兄命予重為序之予不敢詭論艷藻刻畫無鹽唐突西子直以所聞語

意載之于後至元二十四年春三月朔翰林修撰承直郎廣平王德淵後序